

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA LOCALĂ,
SUCEAVA, 14.02. 2025
CLASA a VII-a

- 1) a) **(4p)** Să se calculeze media aritmetică și media geometrică a numerelor:

$$a = \sqrt{6} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3}} \right) - \sqrt{27} \quad \text{și} \quad b = \sqrt{24} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - (\sqrt{8} - \sqrt{12}) .$$

- b) **(3p)** Să se arate că numărul

$$a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3^2} + \sqrt{3^3} + \dots + \sqrt{3^{10}}}{33 + 11\sqrt{3}} , \text{ este un număr natural.}$$

- 2) Se dă mulțimea:

$$A = \{ \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{100} \}$$

- a) **(3p)** Calculați suma numerelor naturale din mulțimea A.

- b) **(4p)** Arătați că produsul elementelor mulțimii A este un număr irațional.

- 3) Se dă patrulaterul convex ABCD în care măsurile unghiurilor B, C și D sunt direct proporționale cu numerele 3; 4 și 8, iar măsurile unghiurilor D și A sunt invers proporționale cu numerele 0,125 și 0,(1).

- a) **(4p)** Calculați măsurile unghiurilor patrulaterului ABCD.

- b) **(3p)** Arătați că patrulaterul ABCD este un trapez.

- 4) Se dă triunghiul dreptunghic ABC, în care $\sphericalangle A = 90^\circ$ și $\sphericalangle C = 30^\circ$. Dacă M este mijlocul laturii BC, BN este bisectoarea unghiului B, $N \in AC$, iar P este mijlocul segmentului BN, atunci:

- a) **(4p)** demonstrați că patrulaterul APMN este romb,

- b) **(3p)** demonstrați că aria triunghiului ABC este de șase ori mai mare decât aria triunghiului APB.

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 2 ore.