Concursul de Matematică
„Nicanor Moroşan" - Pîrteştii de Jos
Ediţia a XVI – a
6.04.2024
CLASA a VI-a
<u>Barem şi rezolvare</u>

1. Se consideră mulțimile $A = \{a \in \mathbb{Z} | -5 \leq 2a - 3 < 7\}$ și $B = \left\{b \in \mathbb{Z} \middle| \frac{15}{3b+2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

a) **(4p)** Determinați elementele mulțimilor A și B.

b) **(3p)** Efectuați $A \cup B$, $B \setminus A$, $A \cap \mathbb{N}^*$.

BAREM

a) $-5 \leq 2a - 3 < 7 \Leftrightarrow -2 \leq 2a < 10$..................................1p

$\Leftrightarrow -1 \leq a < 5 \Leftrightarrow A = \{-1,0,1,2,3,4\}$..................................1p

$\frac{15}{3b+2} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow 3b + 2 \in D_{15} \Leftrightarrow 3b + 2 \in \{\pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 15\}$ 1p

Finalizare: $b \in \left\{-\frac{17}{3}, -\frac{7}{3}, -\frac{5}{3}, -1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{17}{3}\right\} \Leftrightarrow B = \{-1,1\}$...........1p

b) $A \cup B = \{-1,0,1,2,3,4\}$..................................1p

$B \setminus A = \emptyset$..................................1p

$A \cap \mathbb{N}^* = \{1,2,3,4\}$..................................1p

2. **(7p)** La o competiție sportivă sunt așteptați cel mult 200 de copii. Dacă se așează în coloane de câte 3, 4 sau 5 copii, nu rămâne nici un copil. Dacă se așează în coloane câte 7, rămâne separat un copil. Câți participanți sunt la competiție?

BAREM

Fie x= numărul de copii, $x < 200$.

$x:3 = c_1;\ x:4 = c_2;\ x:5 = c_3 \Leftrightarrow$..................................1p

$\Leftrightarrow x \in M_{[3;4;5]}$..................................1p

$\Leftrightarrow x \in M_{60} \Leftrightarrow x \in \{60,120,180, \dots 60n, \dots\}$..................................1p

$x < 200 \Leftrightarrow x \in \{60,120,180\}$..................................1p

$x = 7c_4 + 1 \Leftrightarrow x - 1 \in M_7$..................................1p

Finalizare: x=120 copii..................................2p

3. În jurul punctului O se consideră unghiurile ∢AOB, ∢BOC, ∢COD și ∢DOA cu interioarele disjuncte, astfel încât măsurile unghiurilor ∢BOC, ∢AOB și ∢DOA sunt invers proporționale cu numerele 6, 5, respectiv 10, iar $\sphericalangle AOB \equiv \sphericalangle COD$.

a) **(4p)** Demonstrați că unghiurile ∢AOC și ∢BOD sunt congruente.

b) **(3p)** Aflați măsura suplementului unghiului format de bisectoarele unghiurilor ∢*AOD* și ∢*COD*.

BAREM

a) Fie ∢AOB=a, ∢BOC=b, ∢COD=c și ∢DOA=d.

$\{b, a, d\}\ i.p. \{6,5,10\} \Leftrightarrow 6b = 5a = 10d = k \Leftrightarrow b = \frac{k}{6}, a = \frac{k}{5} = c,$

$d = \frac{k}{10}$..1p

$a + b + c + d = 360° \Leftrightarrow \frac{k}{5} + \frac{k}{6} + \frac{k}{5} + \frac{k}{10} = 360° \Leftrightarrow k = 540°$.........1p

$\sphericalangle \text{AOB} = 108°, \sphericalangle \text{BOC} = 90°, \sphericalangle \text{COD} = 108°$ și $\sphericalangle \text{DOA} = 54°$.............1p

$\sphericalangle \text{AOC} = \sphericalangle BOD = 162°$...1p

b) Figură 1p

Fie OM și ON bis. ∢AOD, respectiv ∢COD $\Longrightarrow \sphericalangle MON = 81°$...........1p

Suplementul $\sphericalangle MON$ are măsura de 99°..1p

4. Pe dreapta d se consideră în această ordine punctele A_0, A_1, A_2, ..., A_{100}, astfel încât $A_0A_1 = 1\ cm$, $A_1A_2 = 4\ cm$, $A_2A_3 = 7\ cm$, ..., $A_{99}A_{100} = 298\ cm$. Să se afle:

a) **(3p)** distanța dintre mijloacele segmentelor A_1A_2 și A_4A_5.

b) **(4p)** lungimea segmentului $A_{40}A_{100}$.

BAREM

a) M- mijlocul segm. $A_1A_2 \Leftrightarrow MA_1 = A_2M = \frac{A_1A_2}{2} = 2\ cm$...................1p

N- mijlocul segm. $A_4A_5 \Leftrightarrow NA_4 = A_5N = \frac{A_4A_5}{2} = 6{,}5\ cm$...................1p

$MN = MA_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + A_4N = 25{,}5\ cm$..................................1p

b) Calcul $A_{40}A_{41} = 121\ cm$ 1p

$A_{40}A_{100} = (3 \cdot 40 + 1) + (3 \cdot 41 + 1) + \dots + (3 \cdot 99 + 1)$.................1p

Finalizare: $A_{40}A_{100} = 12570\ cm$ 1p

Notă: *Toate subiectele sunt obligatorii.*

Timp de lucru: 2h.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.