

# OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA

## ETAPA LOCALĂ

SUCEAVA, 25.02.2023

Clasa a VII-a

1. Se consideră numerele  $a = \left(\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{5}}\right)^{-2} - \sqrt{180} \cdot \left(\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{\sqrt{12}}\right)$  și

$$b = \frac{1}{\sqrt{48}} \cdot \sqrt{[1,2(7) + 0,3(8)] : \frac{0,5}{4}}$$

a) (3p) Arătați că  $a$  este număr natural.

b) (4p) Calculați media geometrică a numerelor  $a$  și  $b + \frac{3}{2}$ .

2. a) (2p) Arătați că  $(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ , oricare ar fi  $a, b \in \mathbb{R}_+$ .

b) (5p) Arătați că  $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}+\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}+\sqrt{10}} + \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}+\sqrt{8}} < 2$ .

3. În triunghiul  $ABC$  avem  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 10\text{cm}$  și  $\sphericalangle ABC = 30^\circ$ . Fie  $B'$  simetricul punctului  $B$  față de  $M$ , mijlocul laturii  $AC$ .

a) (4p) Calculați perimetrul și aria patrulaterului  $ABCB'$ .

b) (3p) Calculați aria triunghiului  $MAB$ .

4. (7p) Se consideră rombul  $ABCD$  și punctul  $M$  mijlocul laturii  $BC$ . Pe diagonala  $BD$  se consideră punctul  $N$  astfel încât  $DN = 2BN$ . Demonstrați că punctele  $A, M, N$  sunt coliniare.

**Notă:** 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 2 ore.