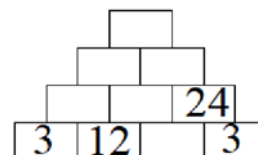


**OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA**  
**ETAPA JUDEȚEANĂ - SUCEAVA, 04.03.2023**  
**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

**CLASA a VII-a**

**1. (7p)** Fiecare număr din piramida următoare alăturată este media geometrică a celor două pe care se sprijină. Aflați numărul din vârf.



**Barem**

$x$ este numărul necunoscut din linia a patra $\sqrt{x \cdot 3} = 24$ . Obține $x=192$	<b>2p</b>
Identifică numerele de pe linia a treia: 6 și 48	<b>2p</b>
Identifică numerele de pe linia a doua: $12\sqrt{2}$ și $24\sqrt{2}$	<b>2p</b>
Identifică numărul din vârf, adică 24	<b>1p</b>

**2. a) (2p)** Demonstrați că  $\sqrt{ab} > a$ , pentru orice număr natural  $\overline{ab}$  ;

**b) (5p)** Câte numere naturale de forma  $\overline{ab}$  au proprietatea că  $\sqrt{ab} > b$ ?

**Barem**

<b>a)</b> Scrie: $10a + b > a^2$	<b>1p</b>
Dar $10a > a^2$ , deci inegalitatea este adevărată	<b>1p</b>
<b>b)</b> Obține $10a > b(b-1)$	<b>1p</b>
$b=0 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots 9\}$ $b=1 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots 9\}$ $b=2 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots 9\}$ $b=3 \Rightarrow a \in \{1; 2; \dots 9\}$ $b=4 \Rightarrow a \in \{2; 3; \dots 9\}$ $b=5 \Rightarrow a \in \{3; 4; \dots 9\}$ $b=6 \Rightarrow a \in \{4; 5; \dots 9\}$ $b=7 \Rightarrow a \in \{5; 6; \dots 9\}$ $b=8 \Rightarrow a \in \{6; 7; 8; 9\}$ $b=9 \Rightarrow a \in \{8; 9\}$	<b>3p</b>
Finalizare: sunt 68 de numere	<b>1p</b>

3. Fie pătratul ABCD de centru O și A', B', C', D' punctele în care cercul înscris în pătrat intersectează segmentele [OA], [OB], [OC] respectiv [OD].

a) (3p) Demonstrați că A'B'C'D' este pătrat.

b) (4p) Demonstrați că aria pătratului A'B'C'D' este jumătate din aria pătratului ABCD.

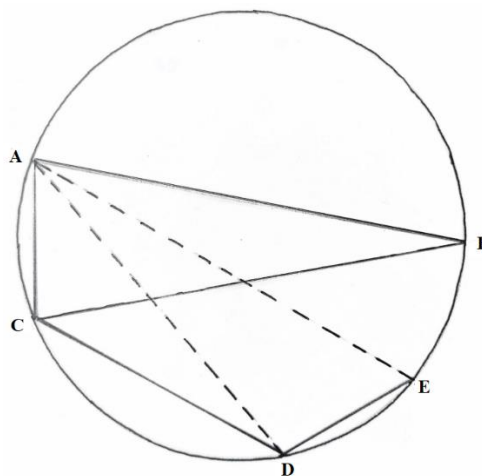
**Barem**

a) Realizează figura	1p
A'C' și B'D' se înjumătățesc, sunt perpendiculare și congruente $\Rightarrow$ A'B'C'D' este pătrat	2p
b) AB=a și aria pătratului ABCD este $a^2$	1p
Raza cercului înscris este egală cu $\frac{a}{2}$	1p
Calculează aria pătratului A'B'C'D': $\frac{1}{2} \cdot A'C' \cdot B'D' = \frac{1}{2} \cdot a^2$	2p

4. Fie ABC un triunghi cu  $\sphericalangle BAC=80^\circ$  și  $\sphericalangle ABC=20^\circ$ . Bisectoarea unghiului BAC intersectează cercul circumscris triunghiului în punctul D. Bisectoarea unghiului BAD intersectează cercul circumscris triunghiului în punctul E.

a) (3p) Aflați măsura unghiului ACD;

b) (4p) Demonstrați că ACDE este un trapez isoscel.



**Barem**

a) $\widehat{AD} = \widehat{DB} + \widehat{BA} = 80^\circ + 160^\circ = 240^\circ$	2p
$\sphericalangle ACD = 120^\circ$	1p
b) Coardele DE și AC corespund unor arce de $40^\circ \Rightarrow DE=AC$	1p
$\sphericalangle EAC = 60^\circ$	1p
Dreptele AE și CD sunt paralele	1p
Finalizare: ACDE este trapez isoscel	1p

**Notă:** Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.